

## Proposta de trabalho – 1

- b) Atendendo aos valores obtidos na alínea anterior e sabendo que o ponto de coordenadas  $(\ln 2, 3)$  pertence ao gráfico de  $f$ , determine a expressão analítica de  $f$ .



## Proposta de trabalho – 1

Numa determinada cidade, um centro de estudos de mercado efetuou registos sobre a percentagem de população que possui telemóvel. Os registos tiveram início em 1990 e nesse momento existiam 46 000 habitantes na cidade.

- a) Recorrendo à regressão logística, mostre que um modelo que define a evolução da percentagem da população que possui telemóvel, em função do tempo a partir do ano de 1990, pode ser dado por

$$P(t) = \frac{90,08}{1 + 15,00 \times e^{-0,54t}}.$$

Utilize valores arredondados às centésimas.

Nº anos após 1990	% da população com telemóvel
0	5,6
1	9,3
2	14,8
3	22,7
4	33,0
5	44,8
6	56,7
7	67,3
8	75,0

## Proposta de trabalho – 1

Nas alíneas seguintes utilize o modelo  $P(t) = \frac{90}{1 + 15 \times e^{-0,54t}}$ , como um bom modelo para descrever a situação.

- b) Supondo que no ano 2000, verificou-se que a população tinha sofrido um aumento de 8% relativamente a 1990, faça uma estimativa do número de habitantes com telemóvel no ano 2000.



## Proposta de trabalho – 1

- c) Admita que a evolução da percentagem de habitantes com telemóvel continua a ser dada por  $P(t)$ .

Comente a afirmação:

*“É previsível que mais de 90% da população venha a ter telemóvel”*



## Proposta de trabalho – 1

### Cenário de resposta



*A afirmação não está correta, se atendermos ao modelo logístico que foi definido para a situação descrita.*

*Este modelo, com o decorrer dos anos irá “aumentar” (crescer) aproximando-se dos 90%, sem contudo atingir esse valor (estabilizará em valores muito próximos de 90%). Tal facto, justifica-se pela existência de uma assíntota horizontal ao seu gráfico na reta de equação  $y = 90$ .*

*Assim, a percentagem de habitantes com telemóvel, nunca poderá ser superior a 90%.*

## Proposta de trabalho – 2

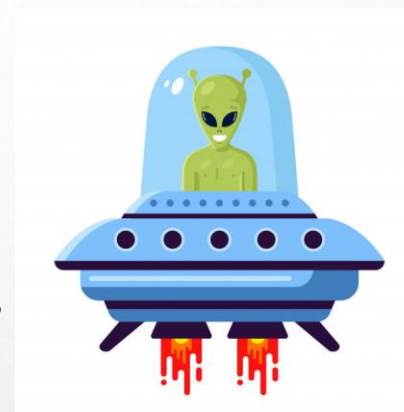


Na povoação “Utopia” com 3.500 habitantes, num certo dia, a rádio local, às 6:00h abriu o programa “*Amanhecer*” com a notícia: “*Foram vários os conterrâneos que, na noite passada, observaram um objeto não identificado a sobrevoar os céus da povoação*”.

Admita que  $t$  horas após a divulgação da notícia pela rádio, o número  $N$  de habitantes da povoação que tomaram conhecimento do ocorrido é dado pelo modelo

$$N(t) = \frac{3,5}{1 + 8 \times e^{-0,25t}}, \text{ com } t \geq 0 \text{ e } N \text{ em milhares.}$$

- a) Admita que a rádio transmitiu a notícia apenas uma vez. Quantos habitantes da povoação tomaram conhecimento da notícia através da rádio?



## Proposta de trabalho – 2

- b) Ao meio dia quantos habitantes da povoação “Utopia” já conheciam a notícia?



## Proposta de trabalho – 2



c) A que horas a notícia tinha chegado a 80% da população?

1.º 80% de 3.500 são  $0,80 \times 3500 = 2800$

2.º 2800 são 2,800 milhares ou 2,8 milhares

3.º  $N(t) = \frac{2800}{1000} \Leftrightarrow N(t) = 2,8 \Leftrightarrow \frac{3,5}{1 + 8 \times e^{-0,25t}} = 2,8 \Leftrightarrow 2,8 \times 1 + 8 \times e^{-0,25t} = 3,5$

$$\Leftrightarrow 1 + 8 \times e^{-0,25t} = \frac{3,5}{2,8} \Leftrightarrow 1 + 8 \times e^{-0,25t} = 1,25 \Leftrightarrow e^{-0,25t} = \frac{0,25}{8}$$

$$\Leftrightarrow -0,25t = \ln\left(\frac{0,25}{8}\right) \Leftrightarrow -0,25t = \ln(0,03125) \Leftrightarrow t = \frac{\ln(0,03125)}{-0,25} \Leftrightarrow t \approx 13,86$$

4.º  $13,86 \text{ h} = 13\text{h} + 0,86\text{h}$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ h} \text{ ————— } 60 \text{ min} \\ 0,86 \text{ h} \text{ ————— } x \end{array}$$

$$x = 60 \times 0,86 \approx 52 \text{ min}$$

**R:** 6h + 13h 52 min = 19h 52 min. A notícia chegou a 80% da população, sensivelmente às 20h.

*N está em milhares*

$$(1) \quad a^y = x \Leftrightarrow y = \log_a x$$



## Proposta de trabalho – 2



- d) No dia seguinte, no mesmo programa e à mesma hora, a rádio local desmentiu a notícia dada no dia anterior.

Admita que **as pessoas que ouviram o desmentido foram as mesmas que tinham ouvido a notícia no dia anterior.**

A propagação do desmentido pelos habitantes da povoação é dada por um modelo do tipo

$$D(t) = \frac{3,5}{1 + a \times e^{-kt}}, \text{ com } t \geq 0 \text{ e } D \text{ em milhares.}$$

Sabe-se ainda que, **a propagação da notícia foi mais rápida do que o seu desmentido.**

Explique o que pode garantir sobre os valores de  $a$  e de  $k$ , por comparação com os valores correspondentes no modelo

$$N(t) = \frac{3,5}{1 + 8 \times e^{-0,25t}}.$$