

MACS – 11^o Ano

6^a Aula

Prof. Álvaro Velosa

Exercício - Exame 2019-2ª Fase (8)

8. Num encontro de colecionadores de jogos, verificou-se que, numa amostra de 200 colecionadores, 45 colecionavam jogos de tabuleiro.

Determine um intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, em percentagem, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

Proposta de resolução:

Dados:

Amostra: $n = 200$;

$$\hat{p} = \frac{45}{200} = 0,225;$$

nível de confiança de 90%:

$$z = 1,645$$

$$\left[\hat{p} - Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} ; \hat{p} + Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right] =$$
$$= \left[0,225 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,225(1 - 0,225)}{200}} ; 0,225 + 1,64 \times \sqrt{\frac{0,225(1 - 0,225)}{200}} \right] \approx$$

$$\approx]0,1764; 0,2736[\approx]17,6\% ; 27,4\%[$$

8. Num encontro de colecionadores de jogos, verificou-se que, numa amostra de 200 colecionadores, 45 colecionavam jogos de tabuleiro.

Determine um intervalo de confiança a 90% para a proporção de colecionadores de jogos de tabuleiro presentes no encontro.

Apresente os extremos do intervalo de confiança, em percentagem, com arredondamento às décimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve quatro casas decimais.

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Critérios de classificação:

Dados:

Amostra: $n = 200$;

$$\hat{p} = \frac{45}{200} = 0,225;$$

nível de confiança de 90%:

$$z = 1,645$$

$$\left[\hat{p} - Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} ; \hat{p} + Z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right] =$$

$$= \left[0,225 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,225(1 - 0,225)}{200}} ; 0,225 + 1,64 \times \sqrt{\frac{0,225(1 - 0,225)}{200}} \right] \approx$$

$$\approx]0,1764; 0,2736[\approx]17,6\% ; 27,4\%[$$

5.3.	16 pontos
Identificar os valores de n e de z para um intervalo de 90% de confiança.....	2 pontos
n =200.....	1 ponto
z =1,645.....	1 ponto
Determinar o valor de $\hat{p}(0,225)$	6 pontos
Calcular os extremos do intervalo de confiança (] 17,6%,7 ; 27,4%[).....	8 pontos

- **Amplitude de um intervalo de confiança**

(Amplitude de um intervalo é a diferença entre o extremo superior pelo extremo inferior)

exemplo:]2,6; 2,8[a amplitude:

$$h = 2,8 - 2,6 = 0,2$$

Dado o intervalo $\left[\hat{p} - z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

a sua amplitude será:

$$\begin{aligned} h &= \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \left(\hat{p} - z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \\ &= \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} - \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \\ &= 2 z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 2 \varepsilon \end{aligned}$$

Exame 2017 1ª Fase 6.3.

6. Na Tabela 4, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

Tabela 4

	SEG.	TER.	QUA.	QUI.	SEX.	SÁB.	DOM:
1ª Semana	184	224	232	240	280	328	312
2ª Semana	208	200	256	264	280	344	288

6.3. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na Tabela 4, é 0,0407301.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta:

- apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, sete casas decimais;
- apresente o valor de z arredondado com três casas decimais.

Proposta de resolução

$$\hat{p} = \frac{328 + \dots + 288}{184 + \dots + 288} = \frac{1272}{3640} \approx 0,35$$

$$n = 3640; h = 0,0407301$$

$$h = 2\varepsilon \Leftrightarrow h = 2 \times z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0,0407301 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}} \Leftrightarrow 0,0407301 \approx 2 \times z \times 0,0079057 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0,0407301 \approx 0,0158114z \Leftrightarrow \frac{0,0407301}{0,0158114} \approx z \Leftrightarrow z \approx 2,576$$

R: o nível de confiança do intervalo, é de 99%

6. Na Tabela 4, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

Tabela 4

	SEG.	TER.	QUA.	QUI.	SEX.	SÁB.	DOM.
1ª Semana	184	224	232	240	280	328	312
2ª Semana	208	200	256	264	280	344	288

6.3. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na Tabela 4, é 0,0407301.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Critérios de classificação

$$n = 3640$$

$$\hat{p} = \frac{328 + \dots + 288}{184 + \dots + 288} = \frac{1272}{3640} \approx 0,35$$

$$h = 2\varepsilon \Leftrightarrow h = 2 \times z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,0407301 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}} \Leftrightarrow 0,0407301 \approx 2 \times z \times 0,0079057 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,0407301 \approx 0,0158114z \Leftrightarrow \frac{0,0407301}{0,0158114} \approx z \Leftrightarrow z \approx 2,576$$

O nível de confiança do intervalo, é de 99%

6.3.....	20 pontos
Determinar o valor de $\hat{p}(0,35)$	5 pontos
Identificar o valor de $n(3640)$	1 ponto
Escrever $0,0407301 = 2 \times Z \times \sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{3640}}$ (ou equivalente).....	7 pontos
Obter $0,0407301 \approx 0,0158114Z$ (ou equivalente).....	4 pontos
Obter o valor de $Z(2,576)$	2 pontos
Indicar o nível de confiança (99%).....	1 ponto

Outra proposta de resolução

$$\hat{p} = 0,35; n = 3640$$

$$h = 2\varepsilon \Leftrightarrow h = 2 \times z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Leftrightarrow 0,0407301 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}}$$

$$y_1 = 0,0407301;$$

$$y_2 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}}$$

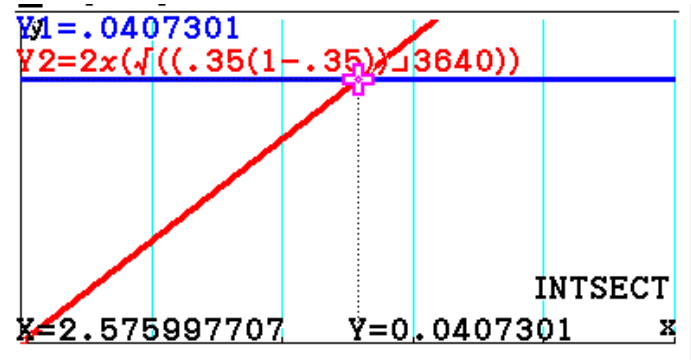
Window: $0 \leq x \leq 5$

$0 \leq Y \leq 0,05$

Coordenadas do ponto relevante (2,5759977; 0,0407301)

R: $z \approx 2,576$

Logo o nível de confiança é de 99%



Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Critérios de classificação

$$\hat{p} = 0,35; n = 3640$$

$$h = 2\varepsilon \Leftrightarrow h = 2 \times z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,0407301 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}}$$

$$y_1 = 0,0407301;$$

$$y_2 = 2 \times z \times \sqrt{\frac{0,35(1 - 0,35)}{3640}}$$

Window: $0 \leq x \leq 5$

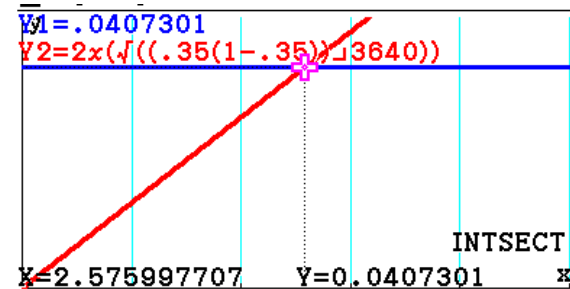
$0 \leq Y \leq 0,05$

Coordenadas do ponto relevante (2,5759977; 0,0407301)

R: $z \approx 2,576$

Logo o nível de confiança é de 99%

6.3.....	20 pontos
Determinar o valor de $\hat{p}(0,35)$	5 pontos
Identificar o valor de $n(3640)$	1 ponto
Escrever $0,040730 = 2 \times Z \times \sqrt{\frac{0,35(1-0,35)}{3640}}$ (ou equivalente).....	7 pontos
Apresentar os elementos recolhidos na calculadora gráfica.....	5 pontos
Apresentar o gráfico.....	2 pontos
Apresentar as coordenadas relevantes(2,5759977;0,0407301).....	3 pontos
Identificar o valor de $Z(2,576)$	1 ponto
Indicar o nível de confiança (99%).....	1 ponto



Exame 2018 EE

8. Em reunião camarária, foram programados alguns estudos estatísticos a realizar no decurso da festa de comemoração dos 200 anos do município de Fonte Melo. Para recolher dados, foram inquiridas 324 pessoas presentes na festa.

8.1. Para estudar o grau de satisfação dos presentes, a equipa responsável pelo estudo construiu um intervalo de confiança a 99% para a percentagem de pessoas satisfeitas.

Das pessoas inquiridas, 235 mostraram-se satisfeitas com o decorrer das festividades.

A equipa decidiu que a festa seria considerada um êxito se, pelo menos, 75% da totalidade dos presentes se considerassem satisfeitos.

Com base no inquérito e no intervalo de confiança construído, pode a equipa afirmar que a festa não foi um êxito?

Na sua resposta:

- apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;
- caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, quatro casas decimais;
- apresente os valores dos extremos do intervalo em percentagem, arredondados às unidades.